

非线性时变时滞不确定关联系统的 分散鲁棒容错控制

陈 宁, 徐兆棣

(沈阳师范大学 数学与系统科学学院, 辽宁 沈阳 110034)

摘 要: 针对一类系统状态、关联项和控制输入均含有时变时滞以及系统带有非线性扰动的不确定关联系统, 研究其分散鲁棒容错控制问题. 通过构造适当的 Lyapunov 函数, 运用线性矩阵不等式 (LM Is) 的方法, 给出了系统分散鲁棒容错控制的充分条件, 以及在此条件下的分散状态反馈控制律, 它对执行器发生故障时具有完整性. 然后求解一个具有 LM Is 约束的凸优化问题, 作为设计具有尽可能小反馈增益的分散鲁棒容错控制律的系统化方法, 从而得到更符合实际的分散鲁棒容错控制律.

关键词: 非线性扰动; 时变时滞; 不确定关联系统; 分散鲁棒容错控制; 线性不等式

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007- 2683 (2009) 01- 0007- 05

Decentralized Robust Fault-tolerant Control for Nonlinear Uncertain Interconnected Systems with Time-varying Delays

CHEN Ning, XU Zhao-di

(School of Mathematics and Systems Science, Shenyang Normal University, Shenyang 110034, China)

Abstract: The problem of decentralized robust fault-tolerant control is investigated for nonlinear uncertain interconnected systems with state and input time-varying delays. By conducting proper Lyapunov universal function and using LM Is, sufficient conditions for existence of decentralized robust fault-tolerant stabilization are presented. Based on these conditions, the controller is presented in the case of actuator failures. By solving a convex optimization problem with LM Is constraints, the systematic methods for decentralized controllers with small feedback gain are presented.

Key words: nonlinear disturbance; time-varying delays; uncertain interconnected systems; decentralized robust fault-tolerant control; LM I

1 引 言

随着对控制系统可靠性和安全性要求的提高, 容错控制系统的研究得到了广泛的重视, 而作为容错控制有利手段的完整性设计也得到了越来越深入

的研究. 另一方面, 由于时滞不确定系统更接近实际系统, 且时滞和不确定性的存在经常是许多物理系统不稳定的原因, 因此时滞不确定系统的容错控制问题具有较强的实际背景; 而关联系统的分散鲁棒控制不仅可以在理论上简化复杂问题, 而且实现起来也经济可靠, 因此对时滞不确定关联系统的分散

收稿日期: 2007 - 05 - 31

基金项目: 辽宁省自然科学基金资助项目 (2001101026)

作者简介: 陈 宁 (1982 -), 女, 沈阳师范大学硕士研究生.

鲁棒容错控制问题的研究在理论和实践中都有重大意义.^[1-9]

在实际系统中,由于环境变化等因素引起的不确定项常具有数值界的表达形式,可表示为 $|\Delta| < E$,即矩阵 Δ 中每个元素的绝对值小于矩阵 E 中的相应元素,其中 E 为非负元素的实常阵,文 [10] 就基于这种不确定项的数值界表达形式,这种形式不需要满足匹配条件,因而更具有实际意义和一般性,但文 [10] 只研究了关联项带有时变时滞的不确定关联系统的分散鲁棒容错控制. 本文在文 [10] 的基础上研究一类更广泛的非线性时变时滞不确定关联系统的分散鲁棒容错控制问题,所研究的系统不仅关联项具有时变时滞,而且系统状态和控制输入均具有时变时滞,以及系统具有非线性扰动. 利用线性矩阵不等式的方法,给出了系统可分散鲁棒容错控制的充分条件,同时对执行器发生故障时具有完整性. 最后提出一种使反馈增益尽可能小的分散鲁棒容错控制律的设计方法.

2 问题描述与引理

考虑一类由 N 个子系统构成的非线性时变时滞不确定关联系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) = & [A_i + \Delta A_i(t)]x_i(t) + [A_{\sigma_i} + \Delta A_{\sigma_i}(t)] \times \\ & x_i(t - \sigma_i(t)) + [B_i + \Delta B_i(t)]u_i(t) + \\ & [B_{\delta_i} + \Delta B_{\delta_i}(t)]u_i(t - \delta_i(t)) + \\ & H_i f_i(x_i(t)) + \sum_{j=1}^N [A_{ij} + \Delta A_{ij}(t)] \times \\ & x_j(t - \tau_{ij}(t)) \end{aligned}$$

$$x_i(t) = \Phi_i(t), t \in [t_0 - h, t_0], i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

其中: $x_i(t) \in \mathbb{R}^n$ 和 $u_i(t) \in \mathbb{R}^m$ 分别是第 i 个子系统在时刻 t 的状态向量和控制输入向量; $A_i, A_{\sigma_i}, B_i, B_{\delta_i}, H_i$ 和 A_{ij} 是具有适当维数的常值矩阵; $\Phi_i(t)$ 是连续的向量初值函数; $\Delta A_i(t), \Delta A_{\sigma_i}(t), \Delta B_i(t), \Delta B_{\delta_i}(t)$ 和 $\Delta A_{ij}(t)$ 是不确定的连续函数矩阵,它们有如下的数值界:

$$\begin{aligned} |\Delta A_i(t)| &< C_i, |\Delta A_{\sigma_i}(t)| < D_i, |\Delta B_i(t)| < E_i, \\ |\Delta B_{\delta_i}(t)| &< F_i, |\Delta A_{ij}(t)| < M_{ij} \\ i, j &= 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $C_i, D_i, E_i, F_i, M_{ij}$ 是具有非负元素的实常阵,并分别与 $\Delta A_i(t), \Delta A_{\sigma_i}(t), \Delta B_i(t), \Delta B_{\delta_i}(t)$ 和 $\Delta A_{ij}(t)$ 同维. $|\Delta| < \underline{E}$ 的含义是 $|e_{ij}| < e_{ij}$, e_i 和 e_{ij} 分别是矩阵 Δ 和 $\underline{E}$ 的第 ij 个对应元素; $\sigma_i(t), \delta_i(t)$ 和

$\tau_{ij}(t)$ 是系统的滞后时间,满足:

$$\begin{aligned} 0 \leq \sigma_i(t) \leq g_0 < +\infty, \quad 0 \leq \sigma'_i(t) \leq g_i < 1, \\ 0 \leq \delta_i(t) \leq f_0 < +\infty, \quad 0 \leq \delta'_i(t) \leq f_i < 1 \\ 0 \leq \tau_{ij}(t) \leq h_0 < +\infty, \quad 0 \leq \tau'_{ij}(t) \leq h_i < 1 \\ h = \max_{1 \leq i \leq N} \{g_0, f_0, h_0\}, \quad i, j = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (3)$$

$f_i(x_i(t))$ 是第 i 个子系统的未知非线性项,满足下面的有界性条件

$$\|f_i(x_i(t))\| \leq \|G_i x_i(t)\| \quad (4)$$

对系统 (1) 采用如下无记忆分散状态反馈控制器

$$u_i(t) = K_i x_i(t) \quad (5)$$

考虑到系统中的执行器可能发生故障,引入表示执行器的开关矩阵 L ,其形式为:

$$L_{ij} = \text{diag}(l_{1j}, l_{2j}, \dots, l_{mj})$$

其中, $l_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{第 } i \text{ 个执行器正常} \\ 0, & \text{第 } j \text{ 个执行器失效} \end{cases}$
 l_j 不全为零^[10].

这时,含有执行器故障的闭环系统可写为:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) = & [A_i + B_i L_{ij} K_i + \Delta A_i(t) + \Delta B_i(t) L_{ij} K_i] \times \\ & x_i(t) + [A_{\sigma_i} + \Delta A_{\sigma_i}(t)] x_i(t - \sigma_i(t)) + \\ & [B_{\delta_i} L_{ij} K_i + \Delta B_{\delta_i}(t) L_{ij} K_i] x_i(t - \delta_i(t)) + \\ & H_i f_i(x_i(t)) + \sum_{j=1}^N [A_{ij} + \Delta A_{ij}(t)] \times \\ & x_j(t - \tau_{ij}(t)) \end{aligned} \quad (6)$$

引理 1^[11] 设 X 和 Y 是具有适当维数的向量或矩阵,则对任意正数 $\alpha > 0$ 有 $X^T Y + Y^T X \leq \alpha X^T X + \alpha^{-1} Y^T Y$

引理 2^[9] 若 $n \times m$ 矩阵 ΔV 满足 $|\Delta V| < U$, 则 $\Omega(U) \geq \Delta V \Delta V^T, \Gamma(U) \geq \Delta V^T \Delta V$,

$$\Omega(U) = \begin{cases} \|UU^T\|_{I_n \times n}, \|UU^T\|_{I_n \times n} < n \cdot \text{diag}(UU^T) \\ n \cdot \text{diag}(UU^T), \text{其他} \end{cases}$$

$$\Gamma(U) = \begin{cases} \|U^T U\|_{I_m \times m}, \|U^T U\|_{I_m \times m} < m \cdot \text{diag}(U^T U) \\ m \cdot \text{diag}(U^T U), \text{其他} \end{cases}$$

其中: $I_n \times n$ 表示 n 阶单位方阵, $I_m \times m$ 表示 m 阶单位方阵, $\text{diag}(M) = \text{diag}(m_{11}, m_{22}, \dots, m_{nn}), M = (m_{ij})$ 为 n 阶对称阵.

注 1 引理 2 中提到的矩阵范数 $\|L\|$ 均定义为 L 的最大奇异值.

3 主要结果

定理 1 若系统 (1) 满足约束条件 (2) ~ (4), 并且存在正定矩阵 X_i 和矩阵 Y_i , 正常数 $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \varepsilon_i$, 使得下面的 LM Is

$$\begin{bmatrix} \Pi & \Phi \\ \Phi^T & \Xi \end{bmatrix} < 0 \quad (7)$$

成立,则存在无记忆分散状态反馈控制律 $u_i(t) = Y_i X_i^{-1} x_i(t)$ 镇定系统 (1),且对执行器发生故障具有完整性.

$$\text{其中: } \Pi = A_i X_i + X_i A_i^T + \alpha_i B_i B_i^T + (1 + \beta_i) I + \gamma_i \Omega(E_i) + A_{\sigma_i} A_{\sigma_i}^T + B_{\delta_i} B_{\delta_i}^T + \Omega(F_i) + \varepsilon_i H_i H_i^T + \sum_{j=1}^N [A_{ij} A_{ij}^T + \Omega(M_{ij})]$$

$$\Phi = [Y_i^T \quad Y_i^T \quad Y_i^T \quad X_i (\Gamma(C_i))^{\frac{1}{2}}]^T \quad X_i (R_{ii}^{\frac{1}{2}})^T \quad X_i G_i^T \quad X_i (R_{ii}^{\frac{1}{2}})^T]^T$$

$$\Xi = \text{blockdiag}[-\alpha_i I \quad -\gamma_i I \quad -0.5(1 - f_i) I \quad -\beta_i I \quad -(1 - g_i) I \quad -\varepsilon_i I \quad -I]$$

$$R_{ii} = I + \Gamma(D_i), \quad R_{iz} = \frac{2N}{1 - h_i} I$$

证明:考虑如下 Lyapunov 函数

$$V(x_i(t)) = \sum_{j=1}^N [x_i^T(t) P_i x_i(t) + \frac{1}{1 - g_i} \times \int_{t_i(t)}^t x_i^T(s) R_{ii} x_i(s) ds + \frac{2}{1 - f_i} \int_{t_i(t)}^t x_i^T(s) K_i^T K_i x_i(s) ds + \frac{2}{1 - h_i} \sum_{j=1}^N \int_{t_{ij}(t)}^t x_j^T(s) x_j(s) ds]$$

其中: P_i 为正定矩阵, $R_{ii} = I + \Gamma(D_i)$, 显然 $V(x_i(t))$ 正定.

$V(x_i(t))$ 沿闭环系统 (6) 轨迹对时间的导数为:

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_i(t)) &= \sum_{j=1}^N x_i^T(t) \left[P_i A_i + A_i^T P_i + P_i B_i L_{ij} K_j + K_i^T L_{ij}^T B_i^T P_i + P_i \Delta A_i(t) + \Delta A_i^T(t) P + P_i \Delta B_i(t) L_{ij} K_j + K_i^T L_{ij}^T \Delta B_i^T(t) P_i + \frac{1}{1 - g_i} R_{ii} + \frac{2}{1 - f_i} K_i^T K_i \right] x_i(t) + \\ &2x_i^T(t) P_i [A_{\sigma_i} + \Delta A_{\sigma_i}(t)] x_i(t - \sigma_i(t)) + \\ &2x_i^T(t) P_i [B_{\delta_i} L_{ij} K_j + \Delta B_{\delta_i}(t) L_{ij} K_j] x_i(t - \delta_i(t)) + 2x_i^T(t) P_i H_i f_i(x_i(t)) + \\ &2x_i^T(t) P_i \sum_{j=1}^N [A_{ij} + \Delta A_{ij}(t)] x_j(t - \tau_{ij}(t)) - \\ &\frac{1 - \dot{\sigma}_i(t)}{1 - g_i} x_i^T(t - \sigma_i(t)) R_{ii} x_i(t - \sigma_i(t)) - \\ &2 \frac{[1 - \dot{\delta}_i(t)]}{1 - f_i} x_i^T(t - \delta_i(t)) K_i^T K_i x_i(t - \delta_i(t)) + \frac{2}{1 - h_i} \sum_{j=1}^N x_j^T(t) x_j(t) - \end{aligned}$$

$$\frac{2[1 - \dot{\tau}_{ij}(t)]}{1 - h_i} \sum_{j=1}^N x_j^T(t - \tau_{ij}(t)) \times x_j(t - \tau_{ij}(t)) \quad (8)$$

由引理 1 和引理 2 得:

$$P_i B_i L_{ij} K_j + K_i^T L_{ij}^T B_i^T P_i \leq \alpha_i P_i B_i B_i^T P_i + \alpha_i^{-1} K_i^T K_i \quad (9)$$

$$P_i \Delta A_i(t) + \Delta A_i^T(t) P \leq \beta_i P_i P_i + \beta_i^{-1} \Gamma(C_i) \quad (10)$$

$$P_i \Delta B_i(t) L_{ij} K_j + K_i^T L_{ij}^T \Delta B_i^T(t) P_i \leq \gamma_i P_i \Omega(E_i) P_i + \gamma_i^{-1} K_i^T K_i \quad (11)$$

$$\begin{aligned} 2x_i^T(t) P_i [A_{\sigma_i} + \Delta A_{\sigma_i}(t)] x_i(t - \sigma_i(t)) &\leq x_i^T(t) (P_i A_{\sigma_i} A_{\sigma_i}^T P_i + P_i P_i) x_i(t) + \\ x_i^T(t - \sigma_i(t)) [I + \Gamma(D_i)] &\times x_i(t - \sigma_i(t)) \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x_i^T(t) P_i [B_{\delta_i} L_{ij} K_j + \Delta B_{\delta_i}(t) L_{ij} K_j] x_i(t - \delta_i(t)) &\leq x_i^T(t) [P_i B_{\delta_i} B_{\delta_i}^T P_i + P_i \Omega(F_i) P_i] x_i(t) + \\ 2x_i^T(t - \delta_i(t)) K_i^T K_i x_i(t - \delta_i(t)) &\quad (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x_i^T(t) P_i H_i f_i(x_i(t)) &\leq \varepsilon_i x_i^T(t) P_i H_i H_i^T P_i x_i(t) + \\ \varepsilon_i^{-1} x_i^T(t) G_i^T G_i x_i(t) &\quad (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x_i^T(t) P_i \sum_{j=1}^N [A_{ij} + \Delta A_{ij}(t)] x_j(t - \tau_{ij}(t)) &\leq x_i^T(t) P_i \sum_{j=1}^N [A_{ij} A_{ij}^T + \Omega(M_{ij})] P_i x_i(t) + \\ 2x_j^T(t - \tau_{ij}(t)) x_j(t - \tau_{ij}(t)) &\quad (15) \end{aligned}$$

将式 (9) ~ (15) 代入式 (8), 由式 (3) 知:

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_i(t)) &\leq \sum_{j=1}^N x_i^T(t) \{ P_i A_i + A_i^T P_i + \alpha_i P_i B_i B_i^T P_i + \\ &\left(\alpha_i^{-1} + \gamma_i^{-1} + \frac{2}{1 - f_i} \right) K_i^T K_i + (1 + \beta_i) \times \\ &P_i P_i + \beta_i^{-1} \Gamma(C_i) + \gamma_i P_i \Omega(E_i) P_i + \\ &\frac{1}{1 - g_i} R_{ii} + P_i A_{\sigma_i} A_{\sigma_i}^T P_i + P_i B_{\delta_i} B_{\delta_i}^T P_i + \\ &P_i \Omega(F_i) P + \varepsilon_i P_i H_i H_i^T P_i + \varepsilon_i^{-1} G_i^T G_i + \\ &P_i \sum_{j=1}^N [A_{ij} A_{ij}^T + \Omega(M_{ij})] P_i + R_{iz} \} x_i(t) \end{aligned}$$

$$\text{其中 } R_{iz} = \frac{2N}{1 - h_i} I$$

由 Lyapunov 稳定性理论知, 如果不等式

$$\begin{aligned} P_i A_i + A_i^T P_i + \alpha_i P_i B_i B_i^T P_i + \left(\alpha_i^{-1} + \gamma_i^{-1} + \frac{2}{1 - f_i} \right) \times \\ K_i^T K_i + (1 + \beta_i) P_i P_i + \beta_i^{-1} \Gamma(C_i) + \\ \gamma_i P_i \Omega(E_i) P_i + \frac{1}{1 - g_i} R_{ii} + P_i A_{\sigma_i} A_{\sigma_i}^T P_i + \\ P_i B_{\delta_i} B_{\delta_i}^T P_i + P_i \Omega(F_i) P + \varepsilon_i P_i H_i H_i^T P + \end{aligned}$$

$$\varepsilon_i^{-1} G_i^T G_i + P_i \sum_{j=1}^N [A_{ij} A_{ij}^T + \Omega(M_{ij})] \times \\ P_i + R_2 < 0 \quad (16)$$

把式 (16) 左右两边同时乘以 P_i^{-1} , 记 $X_i = P_i^{-1}$, $Y_i = K_i X_i$, 则得:

$$A_i X_i + X_i A_i^T + \alpha_i B_i B_i^T + \left(\alpha_i^{-1} + \gamma_i^{-1} + \frac{2}{1-f} \right) Y_i^T Y_i + \\ (1 + \beta_i) I + \beta_i^{-1} X_i \Gamma (C_i) X_i + \gamma_i \Omega(E_i) + \\ \frac{1}{1-g_i} X_i R_{ii} X_i + A_{\sigma_i} A_{\sigma_i}^T + B_{\delta_i} B_{\delta_i}^T + \Omega(F_i) + \\ \varepsilon_i H_i H_i^T + \varepsilon_i^{-1} X_i G_i^T G_i X_i + P_i \sum_{j=1}^N [A_{ij} A_{ij}^T + \\ \Omega(M_{ij})] P_i + R_2 < 0 \quad (17)$$

则 $\dot{V}(x_i(t)) < 0$, 因此存在正定对称解 P_i , 系统 (1) 可状态反馈镇定。

由 Schur 补引理知式 (17) 等价于 LM Is 式 (7), 于是定理 1 得证。

注 2 定理 1 给出了系统 (1) 分散鲁棒容错控制的一个充分条件, 但所得的反馈增益难以保证尽可能小。在实际工程应用中, 为了保证系统良好的动态性能和抑制测量噪声, 常采用具有较小反馈增益的控制律^[7]。

注 3 为求较小反馈增益矩阵, 考虑凸优化问题

$$\min \left| \sum_{i=1}^N (\lambda_i + \eta_i) \right|, \lambda_i > 0, \eta_i > 0 \\ \text{约束条件为 LM Is 式 (7) 及下式} \\ \begin{vmatrix} -\lambda_i I & Y_i^T \\ Y_i & -I \end{vmatrix} < 0, \begin{vmatrix} X_i & I \\ I & \eta_i I \end{vmatrix} > 0 \quad (18)$$

有解, 则可保证系统 (1) 具有较小的反馈增益

$$K_i = Y_i X_i^{-1}.$$

证: 由初等变化易知式 (18) 等价于下式

$$Y_i^T Y_i < \lambda_i I, X_i^{-1} < \eta_i I$$

其中 $\lambda_i > 0, \eta_i > 0$ 由于 $K_i = Y_i X_i^{-1}$ 则

$$K_i^T K_i = X_i^{-1} Y_i^T Y_i X_i^{-1} < \lambda_i \eta_i^{-1} I$$

因此可以通过使 λ_i, η_i 的极小化来保证分散控制律具有较小的反馈增益, 这样, 可以建立一个凸优化问题

$$\min \left| \sum_{i=1}^N (\lambda_i + \eta_i) \right|, \lambda_i > 0, \eta_i > 0$$

约束条件为式 (7) 和 (18)。

只要此凸优化问题有解, 便可以保证系统 (1) 的反馈增益足够小。

注 4 注 3 中的凸优化问题具有一组 LM Is 约束, 可以应用 MATLAB 的 LM I 软件的 mincx 命令来

求解, 它提出了一种设计具有较小反馈增益的分散鲁棒容错控制律的系统化方法, 克服了现有方法中靠盲目试凑参数来寻找具有较小反馈增益的分散鲁棒容错控制律的缺陷。

4 结 论

本文研究了更广泛的一类非线性时变时滞不确定关联系统的分散鲁棒容错控制问题。运用 LM I 的方法给出了一种对执行器发生故障时具有完整性的鲁棒容错控制律的设计方法。最后求解一组具有 LM Is 约束的凸优化问题, 作为设计具有尽可能小反馈增益的分散鲁棒容错控制律的系统化方法。

5 例 子

考虑非线性时变时滞不确定关联系统 (1), 其中

$$A_1 = \begin{bmatrix} -11.7 & 1.5 \\ 2.1 & -15.4 \end{bmatrix}, A_{1\sigma_1} = \begin{bmatrix} -0.22 & 0.09 \\ -0.10 & -0.03 \end{bmatrix}, \\ B_1 = \begin{bmatrix} 5.1 & 0.1 \\ 0.1 & 3.5 \end{bmatrix}, B_{1\delta_1} = \begin{bmatrix} 4.8 & 0.3 \\ 0.3 & 2.9 \end{bmatrix}, \\ H_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 \\ 0.3 & 0.2 \end{bmatrix}, G_1 = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.2 \\ 0.1 & 0.3 \end{bmatrix}, \\ A_{12} = \begin{bmatrix} 0.02 & -0.22 \\ -0.01 & -0.03 \end{bmatrix}, \Delta A_1(t) = \begin{bmatrix} 0.02 & 0.04 \\ 0.03 & 0.02 \end{bmatrix} \cos t, \\ \Delta B_1(t) = \begin{bmatrix} -0.01 \\ 0.01 \end{bmatrix} \cos t, \Delta B_{1\delta_1}(t) = \begin{bmatrix} 0.01 \\ -0.01 \end{bmatrix} \cos t, \\ \Delta A_{1\sigma_1}(t) = \begin{bmatrix} -0.01 & 0.01 \\ 0.02 & -0.01 \end{bmatrix} \sin t, \\ \Delta A_{12}(t) = \begin{bmatrix} 0.01 & -0.01 & -0.01 \\ 0.01 & -0.01 & 0.01 \end{bmatrix} \cos t, \\ A_2 = \begin{bmatrix} -12.0 & 6.3 & 0.2 \\ 6.2 & -16.0 & 2.0 \\ 3.0 & 0.3 & 2.1 \end{bmatrix}, \\ A_{2\sigma_2} = \begin{bmatrix} -0.1 & 0.09 & 0.1 \\ 0.1 & -0.1 & 0.1 \\ -0.22 & -0.09 & 0.1 \end{bmatrix}, \\ B_2 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -3.1 & -1 & 0 \\ 1.9 & 6.8 & 0 \end{bmatrix}, B_{2\delta_2} = \begin{bmatrix} -1 & 1.2 & 0.5 \\ -2.1 & -0.8 & 0.2 \\ 1.7 & 5.5 & 0 \end{bmatrix}, \\ H_2 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0.2 \\ 0.2 & 0.1 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0.3 \end{bmatrix}, G_2 = \begin{bmatrix} 0.40 & 0 & 0.01 \\ 0 & 0.3 & 0 \\ 0.01 & 0 & 0.50 \end{bmatrix},$$

$$A_{21} = \begin{bmatrix} -0.07 & -0.02 & 0 \\ -0.06 & 0.01 & 0 \\ 0.04 & -0.03 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Delta A_2(t) = \begin{bmatrix} 0.28 & 0.01 & -0.06 \\ -0.04 & 0.04 & 0.03 \\ -0.04 & 0.02 & 0.04 \end{bmatrix} \sin t,$$

$$\Delta B_2(t) = \begin{bmatrix} 0.05 & 0.01 \\ -0.2 & 0.01 \\ 0.12 & -0.01 \end{bmatrix} \sin t,$$

$$\Delta B_{2\delta_2}(t) = \begin{bmatrix} -0.01 & 0.02 \\ 0.05 & -0.01 \\ 0.25 & 0.05 \end{bmatrix} \sin t$$

$$\Delta A_{2\sigma_2}(t) = \begin{bmatrix} -0.01 & 0.01 & -0.01 \\ -0.02 & 0.01 & 0.02 \\ 0.02 & -0.03 & -0.01 \end{bmatrix} \cos t,$$

$$\Delta A_{21}(t) = \begin{bmatrix} -0.01 & 0.01 \\ -0.01 & -0.01 \\ 0.01 & -0.01 \end{bmatrix} \sin t,$$

$$f_1(x_1(t)) = \begin{bmatrix} 0.01 \cos x_1 \\ 0.01 \cos x_2 \end{bmatrix}, \quad f_2(x_2(t)) = \begin{bmatrix} 0.01 \sin x_1 \\ 0.01 \sin x_2 \\ 0.01 \sin x_3 \end{bmatrix}$$

$$\sigma_1 = 0.05 + 0.05 \cos(t), \sigma_2 = 0.04 + 0.04 \sin(t),$$

$$\delta_1(t) = 0.02 + 0.02 \cos(t),$$

$$\delta_2(t) = 0.03 + 0.03 \sin(t),$$

$$\tau_{12} = 0.02 + 0.02 \sin(t), \tau_{21} = 0.01 + 0.01 \cos(t),$$

$$\alpha_1 = 0.1, \beta_1 = 0.1, \gamma_1 = 0.2, \varepsilon_1 = 0.2,$$

$$\alpha_2 = 0.1, \beta_2 = 0.1, \gamma_2 = 0.2, \varepsilon_2 = 0.3,$$

$$g_1 = 0.1, f_1 = 0.2, h_1 = 0.1,$$

$$g_2 = 0.2, f_2 = 0.1, h_2 = 0.1,$$

根据式 (7) 解得:

$$X_1 = \begin{bmatrix} 0.2483 & 0.0349 \\ 0.0349 & 0.1390 \end{bmatrix},$$

$$Y_1 = \begin{bmatrix} -0.7331 & 0.0020 \\ 0.0020 & -0.1471 \end{bmatrix},$$

$$X_2 = \begin{bmatrix} 0.1266 & 0.0665 & -0.0161 \\ 0.0665 & 0.1197 & -0.0215 \\ -0.0161 & -0.0215 & 0.1657 \end{bmatrix},$$

$$Y_2 = \begin{bmatrix} -0.1711 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1711 & 0 \\ 0 & 0 & -0.1711 \end{bmatrix}$$

参考文献:

- [1] JIANG B, CHOWDHURY F N. Fault Estimation and Accommodation for Linear MIMO Discrete-time Systems[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2005, 13(3): 493 - 499.
- [2] SHIELD D N, DU S. Fault Detection Observers for Continuous Nonlinear Polynomial Systems of General Degree[J]. International Journal of Control, 2003, 76(5): 437 - 452.
- [3] ZHANG X, PARIS N I T, POLYCARPOU M M. Adaptive fault-tolerant control of Nonlinear Uncertain Systems: an Information-based Diagnostic Approach [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49(8): 1259 - 1274.
- [4] QU Z, HLEFELD C M, JIN Y, et al. Robust Fault-tolerant Self-recovering Control of Nonlinear Uncertain Systems [J]. Automatic, 2003, 39(10): 1763 - 1771.
- [5] XU A, ZHANG Q. Nonlinear Systems fault Diagnosis Based on Adaptive Estimation [J]. Automation, 2004, 40(7): 1181 - 1193.
- [6] WANG Z D, HUANG B, UNBEHAUEN H. Robust Reliable Control for a class of Uncertain Nonlinear State-delayed Systems [J]. Automatica, 1999, 35(2): 955 - 963.
- [7] AKARAND M, PHATAK S, KEERTHIS Sathiya. Gain Optimization Under Control Structure Region Constraints [J]. Int. J. Control, 1996, 63(5): 849 - 864.
- [8] 刘 鹏, 周东华. 不确定时滞线性系统的鲁棒容错控制研究 [J]. 控制理论与应用, 2003, 20(1): 78 - 80.
- [9] 孙艳霞, 邵力耕. 用 LM 方法设计不确定关联时滞大系统 H_∞ 容错控制 [J]. 大连铁道学院学报, 2005, 25(3): 57 - 62.
- [10] 孙继涛, 邓飞其, 刘永清. 变时滞不确定关联系统的分散鲁棒容错控制 [J]. 控制与决策, 2001, 16(6): 968 - 970.
- [11] 桂卫华, 陈 宁, 吴 敏. 不确定关联大系统鲁棒分散可靠 H_∞ 控制 [J]. 控制理论与应用, 2002, 19(6): 923 - 926.

(编辑:王 萍)